



Matemática Aplicada

Aula 1

- Conjuntos Numéricos**
- Números Racionais**

Prof. Jefferson Ricart Pezeta

Na vida primitiva, o homem não precisava controlar quantidades. O senso numérico bastava. Com a criação de animais domésticos, no entanto, surgiu um dos primeiros problemas quantitativos para o qual o senso numérico não tinha resposta. Os pastores perceberam que não bastava saber que no fim do dia deviam voltar muitos animais, já que muitos haviam saído. Se a quantidade não fosse conhecida melhor, várias cabeças se perderiam. Mas como saber se todos os animais que saíram, voltaram? Para resolver esse problema, os pastores criaram um sistema no qual para cada ovelha que saísse, cada pastor separava uma pedrinha; ao voltarem da pastagem eles tinham como conferir se todas as ovelhas haviam retornado. A relação de correspondência biunívoca que os pastores estabeleceram não existe a não ser na ideia humana. Trata-se, portanto, de um pensamento.

1. Conjuntos Numéricos

Conjunto dos números naturais – IN

$$\text{IN} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

$$\text{IN}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Conjunto dos números inteiros – Z

$$\text{Z} = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

$$\text{Z}^+ = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

$$\text{Z}^- = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$$

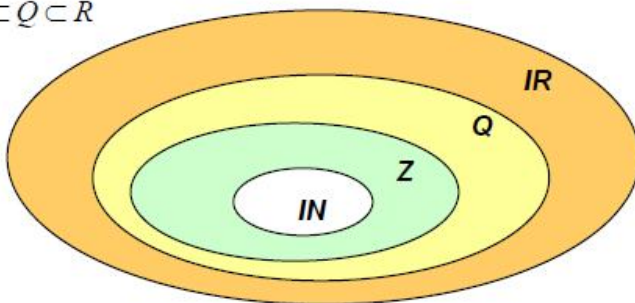
Conjunto dos números racionais – Q

$$\text{Q} = \left\{ \frac{a}{b}, a \in \text{Z}, b \in \text{Z} \text{ e } b \neq 0 \right\}$$

Conjunto dos números reais – IR

O conjunto dos números reais é composto pelos números racionais e irracionais (dízimas infinitas não periódicas).

$$\text{N} \subset \text{Z} \subset \text{Q} \subset \text{R}$$



Operações básicas sobre conjuntos numéricos

Operação	Notação	Exemplo
Adição	$a+b$	$2+3 = 5$
Subtração	$a-b$	$12-4 = 8$
Multiplicação	$a \times b$ ou $a.b$	$2.3 = 6$
Divisão	$a:b$ ou a/b ou $\frac{a}{b}$ sendo $b \neq 0$	$12:3 = \frac{12}{3} = 4$
Potenciação	a^n	$5^2 = 5.5 = 25$ $3^0 = 1$
Radiciação	$\sqrt[n]{a}$	$\sqrt{16} = 4$ $\sqrt[3]{8} = 2$

Propriedades de uma operação OP sobre um conjunto numérico B

Propriedade	Definição	Exemplo
Comutativa	$a \text{ OP } b = b \text{ OP } a$	$2+3 = 3+2$ $2.3 = 3.2$
Associativa	$(a \text{ OP } b) \text{ OP } c = a \text{ OP } (b \text{ OP } c)$	$(2+3) + 4 = 2+(3+4)$ $(2.3) . 4 = 2.(3.4)$
Fechamento	$a \text{ OP } b$ pertence ao conjunto B, se a e b pertencem a B.	Na adição vale o fechamento
Elemento Neutro	Existe um elemento X em B, que: $a \text{ OP } X = X \text{ OP } a = a$.	$2+0 = 0+2 = 2$ (0 é o elemento neutro da adição) $2.1 = 1.2 = 2$ (1 é o elemento neutro da multiplicação)
Distributiva	$a.(b+c) = a.b + a.c$	$2.(x+3) = 2x + 6$

2. Expressões Numéricas em Z

Números inteiros

O conjunto dos números inteiros é formado pelos números inteiros negativos, o número zero e os números inteiros positivos.

O número inteiro negativo é sempre antecedido pelo sinal $-$, que lemos menos. O número inteiro positivo pode ou não ser antecedido pelo sinal $+$, que lemos mais.

Números opostos ou simétricos

O oposto de um número a é $-a$.

Exemplos:

Oposto de 3 é -3 .

Oposto de -2 é 2.

Valor absoluto ou módulo

Exemplos:



$$|3| = 3$$

$$|-3| = 3$$

Adição de números inteiros

Quando somamos números positivos estamos juntando ganhos, e o resultado é o total de ganhos (positivo). Quando somamos números negativos estamos juntando perdas, e o resultado é o total de perdas (negativo).

Exemplo

$$(+2) + (+3) = +5$$

$$(-2) + (-3) = -5$$

A soma de dois números inteiros de sinais diferentes significa que estamos juntando perdas e ganhos. Se a perda for maior que o ganho, o total será a diferença entre perda e ganho com sinal negativo. Mas se o ganho for maior que a perda, o total será a diferença entre o ganho e a perda com sinal positivo.

Exemplo

$$(+2) + (-3) = 2 - 3 = -1$$

$$(-2) + (+3) = -2 + 3 = +1$$

Regra da adição

Sinais iguais – Adicionam-se os valores absolutos e conserva-se o sinal.

Sinais contrários – Subtraem-se os valores absolutos e conserva-se o sinal do número de maior valor absoluto.

Subtração de números inteiros

A subtração de dois números é equivalente à soma do minuendo com o oposto do subtraendo:

$$a - b = a + (-b)$$

Portanto segue a regra da adição.

Exemplos

$$(+2) - (-3) = (+2) + (+3) = 2 + 3 = 5$$

$$(-2) - (+3) = (-2) + (-3) = -2 - 3 = -5$$

Multiplicação de números inteiros



A multiplicação é equivalente a uma soma de parcelas iguais. **Exemplo**

$$(+2).(+5) = 2.(+5) = (+5) + (+5) = +10$$

$$(+2).(-5) = 2.(-5) = (-5) + (-5) = -10$$

$$(-2).(+5) = -(+2).(+5) = -(5 + 5) = -10$$

$$(-2).(-5) = -(+2).(-5) = -(-5 - 5) = -(-10) = 10$$

Regra da multiplicação

Mesmo sinal – O resultado da multiplicação é um número positivo.

Sinais contrários – O resultado da multiplicação é um número negativo.

Divisão de números inteiros

Mesmo sinal – O quociente é um número positivo.

Sinais contrários – O quociente é um número negativo.

Exemplos

$$(+12).(+3) = \frac{+12}{+3} = +4$$

$$(+12):(-3) = \frac{+12}{-3} = -4$$

$$(-12).(-3) = \frac{-12}{-3} = +4$$

$$(-12):(+3) = \frac{-12}{+3} = -4$$

Potenciação de números inteiros

A potência de um número inteiro, que tem como expoente um número natural maior que 1, é um produto de fatores iguais.

Exemplo

$$(+2)^3 = (+2).(+2).(+2) = +8$$

$$(-2)^3 = (-2).(-2).(-2) = -8$$

Regra da potenciação

Base positiva e expoente natural – O resultado é um número positivo.

Base negativa e expoente natural par – O resultado é um número positivo.

Base negativa e expoente natural ímpar – O resultado é um número negativo.

Algumas propriedades da potenciação de números inteiros

Expoente 1 – O resultado é a própria base.

Exemplos



$$12^1 = 12$$
$$(-12)^1 = -12$$

Expoente 0 - O resultado é 1.

$$(+12)^0 = 1$$
$$(-12)^0 = 1$$

O produto de duas ou mais potências de mesma base é igual a uma potência com a mesma base, e o expoente é igual à soma de todos os expoentes das potências fatores.

Exemplo

$$(-2)^3 \cdot (-2)^2 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^{3+2} = -32$$

Regra

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Quociente de potências de mesma base

O quociente de duas potências de mesma base é igual a uma potência cuja base é a mesma das potências envolvidas na divisão, e o expoente é a diferença dos expoentes do dividendo e do divisor. Exemplo

$$(-2)^5 : (-2)^3 = \frac{(-2)^5}{(-2)^3} = \frac{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)}{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)} = (-2)^{5-3} = (-2)^2 = 4$$

Regra

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Expoente zero e base não nula

Qualquer número inteiro diferente de zero elevado ao expoente zero é igual a um, pois equivale a uma divisão onde o dividendo e o divisor são iguais.

Exemplo

$$\frac{12^3}{12^3} = 12^{3-3} = 12^0 = 1$$

Expoente negativo

Qualquer número inteiro diferente de zero elevado ao expoente negativo é igual ao inverso da base elevado ao valor absoluto do expoente.

Exemplo

$$2^{-3} = 2^{0-3} = \frac{2^0}{2^3} = \frac{1}{2^3}$$

Regra

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p}, \quad a \neq 0$$

Potência de potência

Uma potência elevada a um expoente (potência de potência) é igual à base da potência elevada a um expoente expresso pelo produto dos expoentes dados.

Exemplo

$$(2^2)^3 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$$

Regra

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Observação

$$2^{2^3} = 2^8 = 256$$

Expressões numéricas

Nas expressões numéricas, as potências e raízes quadradas são efetuadas antes das multiplicações e divisões. E estas, antes das adições e subtrações. Além disso, devem ser respeitados os parênteses, colchetes e chaves.

Exemplo 1

$$\begin{aligned} 7 \cdot (-2)^2 - 5 \cdot (-2)^3 - 10^2 &= \\ 7 \cdot 4 - 5 \cdot (-8) - 100 &= \\ 28 + 40 - 100 &= \\ -32 \end{aligned}$$

Exemplo 2

$$\begin{aligned} 10 - [3^0 - (-2)^3 - (4 - 8 : 2)] - \sqrt{4} &= \\ 10 - [1 - (-8) - (4 - 4)] - 2 &= \\ 10 - [1 + 8 - 0] - 2 &= \\ 10 - 9 - 2 &= \\ -1 \end{aligned}$$

3. Exercícios

Nos exercícios de 1 a 9, calcule o valor das expressões numéricas:

1. $(-7-4).(-9+2)-(-72+2):(-5-5)+(-9-4+6)$
2. $(-9-3):(-1+7)-[10-(-4-3).(-5+4)+(-36):(-1-3)]$
3. $50-7.(+4)-[(-44):(-11)+(-3).(+3)-1]$
4. $(-6)^2:(-12)-(-3)^3+(-2)^5:(-4)^2-5^0$
5. $(-2-3)^2:(-25)+[30-(-10+6)^2:(-2)^3-5^2]$
6. $(7-6).(-1-3)^2-(-5-5)^2:(+50)+(-9)^2:(-5+2)^3$
7. $(-7)^2+[10^0-(-3)^3:\sqrt{81}-(-1)^9]-4^2$
8. $2^2+(2^5:2^2)-[(-3)^4:(-3)^2-4^2:\sqrt[3]{-64}+10^0]$
9. $5^2-7.(-2)^3-[-20:(-2)^2+6.(-1)^4-\sqrt[3]{27}]+(-5)^2:\sqrt[3]{-125}$
10. O número inteiro x representa a diferença entre o quadrado do número -1 e o cubo do número -1 . Qual é o número x ?
11. Qual é o valor numérico da expressão $a^3-3a^2x^2$ quando $a=10$ e $x=2$?
12. Determine o valor numérico da expressão $a^3-(b-c)^3$ quando $a=-3$, $b=+1$ e $c=+5$.

RESOLUÇÕES

1. $(-7-4).(-9+2)-(-72+2):(-5-5)+(-9-4+6)$
 $(-11).(-7)-(-70):(-10)+(-7) \rightarrow 77-(+7)-7 \rightarrow 77-7-7 \rightarrow 77-14=63$
2. $(-9-3):(-1+7)-[10-(-4-3).(-5+4)+(-36):(-1-3)]$
 $(-12):6-[10-(-7).(-1)+(-36):(-4)] \rightarrow -2-[10-(+7)+9] \rightarrow$
 $-2-[10-7+9] \rightarrow -2-[12] \rightarrow -2-12=-14$



$$3. \quad 50 - 7.(+4) - [(-44) : (-11) + (-3).(+3) - 1]$$

$$50 - 28 - [4 + (-9) - 1] \rightarrow 50 - 28 - [4 - 9 - 1] \rightarrow 22 - (-6) \rightarrow 22 + 6 = 28$$

$$4. \quad (-6)^2 : (-12) - (-3)^3 + (-2)^5 : (-4)^2 - 5^0$$

$$36 : (-12) - (-27) + (-32) : 16 - 1 \rightarrow -3 + 27 + (-2) - 1 \rightarrow -3 + 27 - 2 - 1 \rightarrow$$

$$27 - 6 = 21$$

$$5. \quad (-2-3)^2 : (-25) + [30 - (-10+6)^2 : (-2)^3 - 5^2]$$

$$(-5)^2 : (-25) + [30 - (-4)^2 : (-8) - 25] \rightarrow 25 : (-25) + [30 - (+16) : (-8) - 25] \\ \rightarrow -1 + [30 - (-2) - 25] \rightarrow -1 + [30 + 2 - 25] \rightarrow -1 + [32 - 25] \rightarrow -1 + 7 = 6$$

$$6. \quad (7-6).(-1-3)^2 - (-5-5)^2 : (+50) + (-9)^2 : (-5+2)^3$$

$$1 \cdot (-4)^2 - (-10)^2 : (+50) + (+81) : (-3)^3 \rightarrow 1 \cdot 16 - (+100) : (+50) + (+81) : (-27)$$

$$\rightarrow 16 - 2 + (-3) \rightarrow 16 - 2 - 3 \rightarrow 16 - 5 \rightarrow 11$$

$$7. \quad (-7)^2 + [10^0 - (-3)^3 : \sqrt{81} - (-1)^9] - 4^2$$

$$49 + [1 - (-27) : 9 - (-1)] - 16 \rightarrow 49 + [1 - (-3) + 1] - 16 \rightarrow 49 + [1+3 + 1] - 16$$

$$\rightarrow 49 + 5 - 16 = 54 - 16 = 38$$

$$8. \quad 2^2 + (2^5 : 2^2) - [(-3)^4 : (-3)^2 - 4^2 : \sqrt[3]{-64} + 10^0]$$

$$4 + (2^{5-2}) - [81 : 9 - 16 : (-4) + 1] \rightarrow 4 + 2^3 - [9 - (-4) + 1]$$

$$\rightarrow 4 + 8 - [9 + 4 + 1] \rightarrow 12 - 14 = -2$$

$$9. \quad 5^2 - 7.(-2)^3 - [-20 : (-2)^2 + 6.(-1)^4 - \sqrt[3]{27}] + (-5)^2 : \sqrt[3]{-125}$$

$$25 - 7 \cdot (-8) - [-20 : 4 + 6 \cdot 1 - 3] + 25 : (-5) \rightarrow 25 + 56 - [-5 + 6 - 3] - 5$$

$$\rightarrow 25 + 56 - [-2] - 5 \rightarrow 81 + 2 - 5 \rightarrow 78$$

10. O número inteiro x representa a diferença entre o quadrado do número -1 e o cubo do número -1 . Qual é o número x ?

Este exercício pode ser traduzido para a linguagem matemática na forma de uma equação, obtendo:

$$x = (-1)^2 - (-1)^3 \rightarrow x = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$



11. Qual é o valor numérico da expressão $a^3 - 3a^2x^2$ quando $a = 10$ e $x = 2$?

*Para resolver este exercício devemos substituir **a** por 10 e **x** por 2, obtendo:*

$$(10)^3 - 3 (10)^2 \cdot (2)^2 \rightarrow 1000 - 3 \cdot 100 \cdot 4 = 1000 - 1200 = -200$$

12. Determine o valor numérico da expressão $a^3 - (b - c)^3$ quando $a = -3$, $b = +1$ e $c = +5$.

Assim como fizemos no exercício 11, temos que substituir as letras pelos valores indicados no enunciado. Desta forma, temos:

$$(-3)^3 - (1 - 5)^3 \rightarrow -27 - (-4)^3 \rightarrow -27 - (-64) \rightarrow -27 + 64 = 37$$

1. Números Racionais

Números racionais são os que podem ser descritos como o quociente de dois números inteiros.

Representação

Fração	Decimal
$\frac{3}{2}$	1,5
$-\frac{1}{3}$	-0,33333....

2. Frações

Fração

Uma fração é representada por: $\frac{a}{b}$ sendo **a** o numerador e **b**≠0 o denominador. O denominador indica o número de partes iguais em que um todo deverá ser dividido. E o numerador indica quantas daquelas partes em que o todo foi dividido estão sendo consideradas no caso.

Frações equivalentes

Representam a mesma quantidade.

Exemplo

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

Simplificação de frações

Obter uma fração equivalente mais simples, ou na forma irredutível.

Exemplo

$$\frac{385}{770} = \frac{1}{2}$$

Fração inversa

O inverso de $\frac{a}{b}$ é $\frac{b}{a}$, sendo $a > 0$ e $b \neq 0$

Adição e subtração de frações

Para adicionar e subtrair frações é necessário que elas tenham o mesmo denominador. Quando a expressão apresentar frações com diferentes denominadores, devem-se calcular frações equivalentes com denominadores iguais, onde o denominador comum para as frações equivalentes será o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) dos denominadores. Exemplos

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{5}{10} - \frac{4}{10} = \frac{1}{10}$$

Multiplicação e potenciação de frações

Multiplicar duas frações equivale a obter o produto dos numeradores e dos denominadores.

Exemplos

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$$

Observação

Se possível, simplificar antes de realizar o produto.

$$\frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{5} = \frac{1}{5}$$

Divisão de frações

Toda divisão pode ser convertida nesse tipo de multiplicação, sem alterar o seu significado.

Exemplo

$$\frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{1}{3}$$

Assim, dividir duas frações equivale a multiplicar o dividendo pelo inverso do divisor.

Exemplos

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{3}{2} : \frac{5}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$$

Radiciação de frações

Efetuar a radiciação de uma fração equivale a extrair a raiz do numerador e do denominador.

Exemplo

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

3. Expressões Numéricas envolvendo Números Racionais Frações

Nas expressões numéricas, as potências e raízes quadradas são efetuadas antes das multiplicações e divisões. E estas, antes das adições e subtrações. Além disso, devem ser respeitados os parênteses, colchetes e chaves.

Exemplo

$$1 - \left(-\frac{5}{7}\right) : \left[\left(-\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{2}{5}\right) : \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}\right] =$$

$$1 - \left(-\frac{5}{7}\right) : \left[\left(+\frac{4}{25}\right) : \left(\frac{2^2}{5^2}\right)\right] =$$

$$1 - \left(-\frac{5}{7}\right) : \left[\left(+\frac{4}{25}\right) : \left(\frac{4}{25}\right)\right] =$$

$$1 - \left(-\frac{5}{7}\right) : \left[\left(+\frac{4}{25}\right)\left(\frac{25}{4}\right)\right] =$$

$$1 - \left(-\frac{5}{7}\right) : 1 =$$

$$1 + \frac{5}{7} =$$

$$\frac{12}{7}$$

4. Exercícios

Nos exercícios de 1 a 11, calcule o valor das expressões numéricas:

1. $\left(\frac{5}{12} - \frac{13}{18}\right) - \left(-\frac{7}{6} - \frac{1}{36}\right)$

2. $\frac{3}{8} - \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6}\right)$

3. $\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$

3. $\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$

4. $-1 + \left(\frac{5}{6} - 2\right) : \left(2 - \frac{1}{4}\right)$

4. $-1 + \left(\frac{5}{6} - 2\right) : \left(2 - \frac{1}{4}\right)$

5. $\left(1 + \frac{3}{5}\right) : \left(3 - \frac{3}{5}\right) - \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(-1 + \frac{1}{3}\right)$

6. $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2} - 1\right)^4 - \left(-\frac{1}{2} - 1\right)^2$

7. $\left[\left(+\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)\right]^2 : \left(+\frac{2}{3}\right)$

$$8. \frac{\frac{2}{5} - \frac{3}{4}}{(-1)^6 + \frac{1}{6}}$$

$$9. \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \left[\frac{1}{2} - \left(+\frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]$$

$$10. \left[\left(-\frac{5}{7}\right) \sqrt{\frac{49}{25}} + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \sqrt{16}\right] : \left(-\frac{1}{4} + 1\right)$$

$$11. \left(1 - \frac{2}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)^{-2}$$

12. Sabendo que $a = -2$ e $b = -\frac{1}{2}$, determine o valor numérico de $a^2 - ab + b^2$.



RESOLUÇÕES

4. Exercícios

Nos exercícios de 1 a 11, calcule o valor das expressões numéricas:

1. $\left(\frac{5}{12} - \frac{13}{18}\right) - \left(-\frac{7}{6} - \frac{1}{36}\right)$

Para resolver este exercício devemos primeiro calcular o mínimo entre os denominadores, pois não podemos somar ou subtrair frações sem tenha o mesmo denominador (numero de baixo). O mínimo entre 12 e 18 é 36 (você deve ir decompondo 12 e 18 por fatores primos simultaneamente, conforme vimos em sala de aula). E o mínimo entre 6 e 36 é 36 (sempre que for calcular o mínimo em que o maior número é múltiplo do menor, ou seja, está na tabuada do menor, o maior número é o mínimo. No caso, 36 está na tabuada do 6).

Uma vez que você tenha calculado o mínimo, deverá obter uma nova fração equivalente. O denominador desta fração será o mínimo. No caso das duas o denominador é 36. E, para calcular o numerador, você deverá dividir o mínimo pelo denominador e multiplicar pelo numerador. Tomemos como exemplo a fração 5/12. Se o mínimo é 36, o novo denominador será 36. Devemos dividi-lo pelo denominador antigo, no caso 12. O resultado é 3. Agora devemos pegar o 3 e multiplicar pelo numerador, no caso 5, obtendo $3 \cdot 5 = 15$. Assim sendo, você obtém uma nova fração, 15/36. Fazendo isso com todas as frações, obtém-se:

$$\left(\frac{15 - 26}{36}\right) - \left(\frac{-42 - 1}{36}\right) \rightarrow \left(\frac{-11}{36}\right) - \left(\frac{-43}{36}\right)$$

Para eliminar os parênteses, devemos lembrar que a subtração de uma perda resulta em um ganho, ou seja, $-(-) = +$

$$-\frac{11}{36} + \frac{43}{36} = \frac{32}{36}$$

Sempre que você obter como resultado de uma expressão uma fração redutível (pode ter numerador e denominador simplificados) deverá proceder à simplificação. Para isso, pode calcular o mínimo entre os denominadores ou ir dividindo numerador e denominador pelo mesmo número primo, tal qual foi feito abaixo

$$\frac{32:2}{36:2} = \frac{16:2}{18:2} = \frac{8}{9}$$

2. $\frac{3}{8} - \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6}\right)$

Começaremos tirando o mínimo entre 4 e 6, ou seja, 12, obtendo frações equivalentes no parênteses.



$$\frac{3}{8} - \left(\frac{3-10}{12} \right) = \frac{3}{8} - \left(-\frac{7}{12} \right)$$

Eliminando os parênteses temos:

$$\frac{3}{8} + \frac{7}{12}$$

Obtendo o mínimo entre 8 e 12, temos:

$$\frac{9 + 14}{24} = \frac{23}{24}$$

3. $\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right)$

$$\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{2-3}{6} \right) \rightarrow \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{1}{6} \right)$$

Devemos aqui fazer duas observações:

- a) Multiplicar frações basta multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador
- b) Na multiplicação, sinais diferentes dá negativo.

Assim sendo, temos:

$$-\frac{3}{30}$$

Podemos simplificar numerador e denominador por 3, obtendo:

$$-\frac{3:3}{30:3} = -\frac{1}{10}$$

4. $-1 + \left(\frac{5}{6} - 2 \right) : \left(2 - \frac{1}{4} \right)$

Qualquer número inteiro pode ser representado como uma fração de denominador 1. Sempre que for necessário tirar o mínimo entre qualquer número e o 1, o denominador será o próprio número. Desta forma, o mínimo entre 6 e 1 é 6 e entre 4 e 1 é 4, obtendo:

$$-1 + \left(\frac{5-12}{6} \right) : \left(\frac{8-1}{4} \right) \rightarrow -1 + \left(\frac{-7}{6} \right) : \left(\frac{7}{4} \right)$$

Na divisão de frações, temos duas considerações a fazer:

- a) Mantém-se a primeira fração e multiplica-se pela segunda fração invertida, ou seja, numerador vira denominador e denominador vira numerador.



- b) Assim como na multiplicação, a divisão de sinais diferentes resulta em um valor negativo.

Assim sendo, temos:

$$-1 + \left(\frac{-7}{6}\right) \cdot \left(\frac{4}{7}\right)$$

Antes de efetuarmos a multiplicação, podemos simplificar 7 com 7 e 4 com 6, obtendo:

$$-1 + \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{1}\right) \rightarrow -1 + \left(-\frac{2}{3}\right) \rightarrow -1 - \frac{2}{3}$$

Para finalizar, tiramos o mínimo e determinamos a fração equivalente final.

$$\frac{-3-2}{3} \rightarrow -\frac{5}{3}$$

$$5. \left(1 + \frac{3}{5}\right) : \left(3 - \frac{3}{5}\right) - \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(-1 + \frac{1}{3}\right)$$

Começamos resolvendo o mínimo nos parênteses.

$$\left(\frac{5+3}{5}\right) : \left(\frac{15-3}{5}\right) - \left(\frac{4-1}{4}\right) \cdot \left(\frac{-3+1}{3}\right) \rightarrow \frac{8}{5} : \frac{12}{5} - \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$$

Agora resolveremos as multiplicações e divisões:

$$\frac{8}{5} \cdot \frac{5}{12} - \left(-\frac{6}{12}\right)$$

Antes de efetuarmos a multiplicação podemos simplificar 5 com 5 e 8 com 12. No parênteses podemos simplificar 6 com 12.

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$$

Calculando o mínimo temos:

$$\frac{4+3}{6} = \frac{7}{6}$$

$$6. \left(1 - \frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2} - 1\right)^4 - \left(-\frac{1}{2} - 1\right)^2$$

Observe que temos potências. Antes, porém, devemos resolver as operações de dentro dos parênteses.



$$\left(\frac{2-1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1-2}{2}\right)^4 - \left(\frac{-1-2}{2}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 - \left(\frac{-3}{2}\right)^2$$

Agora vamos resolver as potências, lembrando que potência com base negativa e expoente par resulta em um valor positivo. Se o expoente for ímpar o valor é negativo.

2

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{9}{4}$$

Observe que o número maior 16, é múltiplo de 8 e 4, sendo então 16 o mínimo. Desta forma, temos:

$$\frac{2 + 1 - 36}{16} \rightarrow \frac{-33}{16} = -\frac{33}{16}$$

$$7. \left[\left(+\frac{1}{2} \right) \left(-\frac{2}{3} \right) - \left(-\frac{4}{3} \right) \right]^2 : \left(+\frac{2}{3} \right)$$

Assim como no exercício anterior, devemos resolver primeiro os parênteses antes da potência.

$$\left[\left(-\frac{1}{3} + \frac{4}{3} \right) \right]^2 : \left(+\frac{2}{3} \right) \rightarrow \left[\frac{3}{3} \right]^2 : \left(+\frac{2}{3} \right) \rightarrow 1 : \frac{2}{3}$$

Agora que resolvemos a potência basta fazer a divisão:

$$1. \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$8. \frac{\frac{2}{5} - \frac{3}{4}}{(-1)^6 + \frac{1}{6}}$$

Devemos primeiro resolver as frações do numerador e do denominador

$$\frac{\frac{8-15}{20}}{1 + \frac{1}{6}} \rightarrow \frac{\frac{-7}{20}}{\frac{6+1}{6}} \rightarrow \frac{\frac{-7}{20}}{\frac{7}{6}}$$

Para finalizar, devemos dividir as frações:

$$\frac{-7}{20} \cdot \frac{6}{7}$$

Devemos simplificar 7 com 7 e 20 com 6, obtendo:

$$\frac{-1}{10} \cdot 3 \rightarrow \frac{-3}{10} = -\frac{3}{10}$$

$$9. \left(-\frac{3}{2} \right)^2 - \left[\frac{1}{2} - \left(+\frac{3}{4} \right) : \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \right]$$

Começamos resolvendo as potências

$$\frac{9}{4} - \left[\frac{1}{2} - \left(+\frac{3}{4} \right) : \frac{1}{4} \right]$$

Agora resolvemos a divisão

$$\frac{9}{4} - \left[\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot 4 \right] \rightarrow \frac{9}{4} - \left[\frac{1}{2} - 3 \right]$$

Eliminaremos os colchetes tirando o mínimo e efetuando a subtração.

$$\frac{9}{4} - \left[\frac{1-6}{2} \right] \rightarrow \frac{9}{4} - \left[-\frac{5}{2} \right] \rightarrow \frac{9}{4} + \frac{5}{2}$$

Para finalizar calculamos o mínimo e efetuamos a soma.

$$\frac{9+10}{4} = \frac{19}{4}$$

$$10. \left[\left(-\frac{5}{7} \right) \cdot \sqrt{\frac{49}{25}} + \left(-\frac{1}{2} \right)^4 \cdot \sqrt{16} \right] : \left(-\frac{1}{4} + 1 \right)$$

Devemos iniciar resolvendo as potências e as raízes.

$$\left[\left(-\frac{5}{7} \right) \cdot \frac{7}{5} + \frac{1}{16} \cdot 4 \right] : \left(\frac{-1+4}{4} \right)$$

Observe que, além das potências e raízes, já fomos resolvendo os parênteses após o sinal da divisão. Agora devemos resolver as multiplicações dos colchetes e os parênteses.

$$\left[-1 + \frac{1}{4} \right] : \frac{3}{4} \rightarrow \left[\frac{-4+1}{4} \right] : \frac{3}{4} \rightarrow \left[-\frac{3}{4} \right] : \frac{3}{4}$$

Finalizamos efetuando a divisão das frações.

$$\left[-\frac{3}{4} \right] \cdot \frac{4}{3} \rightarrow -1$$



11. $\left(1 - \frac{2}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)^{-2}$

Iniciamos resolvendo as subtrações dos parênteses.

$$\left(\frac{3-2}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{2-3}{6}\right)^{-2} \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} - \left(-\frac{1}{6}\right)^{-2}$$

Devemos agora resolver as potências, lembrando que potências de expoentes negativos as bases devem ser invertidas (numerador vira denominador e vice e versa) e o expoente vira positivo.

$$3^3 - (-6)^2$$

Para finalizar devemos resolver as potência e, depois, a subtração.

$$27 - 36 = -9$$

12. Sabendo que $a = -2$ e $b = -\frac{1}{2}$, determine o valor numérico de $a^2 - ab + b^2$.

Para começar, devemos substituir as variáveis a e b pelos valores indicados no enunciado, obtendo assim uma expressão numérica.

$$(-2)^2 - (-2) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

Agora devemos resolver as potências. Podemos também resolver a multiplicação.

$$4 - 1 + \frac{1}{4} \rightarrow 3 + \frac{1}{4}$$

Para finalizar, devemos calcular o mínimo e resolver a adição.

$$\frac{12 + 1}{4} = \frac{13}{4}$$