



Matemática Aplicada

Aula 6 **- Conjuntos Numéricos**

Prof. Jefferson Ricart Pezeta

Conjuntos Numéricos

UNIÃO

Dados os conjuntos A e B, define-se como união dos conjuntos A e B o conjunto $A \cup B$, formado por todos os elementos pertencentes a A e/ou a B.

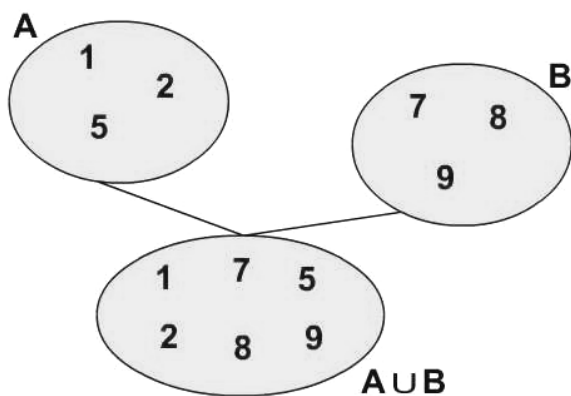
$$A \cup B = \{x/x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Sendo $A = \{1; 2; 5\}$ e $B = \{7; 8; 9\}$, obtenha $A \cup B$:

$$A \cup B = \{1; 2; 5\} \cup \{7; 8; 9\}$$

$$A \cup B = \{1; 2; 5; 7; 8; 9\}$$

Observe que todos os elementos de A e todos os elementos de B estão em $A \cup B$:

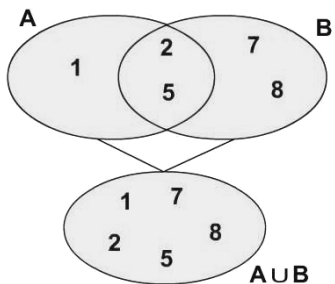


Sendo $A = \{1; 2; 5\}$ e $B = \{2; 5; 7; 8\}$, obtenha $A \cup B$:

$$A \cup B = \{1; 2; 5\} \cup \{2; 5; 7; 8\}$$

$$A \cup B = \{1; 2; 5; 7; 8\}$$

Observe que existem elementos que pertencem a A e a B ao mesmo tempo:



Sendo $A = \{1; 2; 5\}$ e $B = \{1; 2; 5; 7; 8\}$, obtenha $A \cup B$:

$$A \cup B = \{1; 2; 5\} \cup \{1; 2; 5; 7; 8\}$$

$$A \cup B = \{1; 2; 5; 7; 8\} = B$$

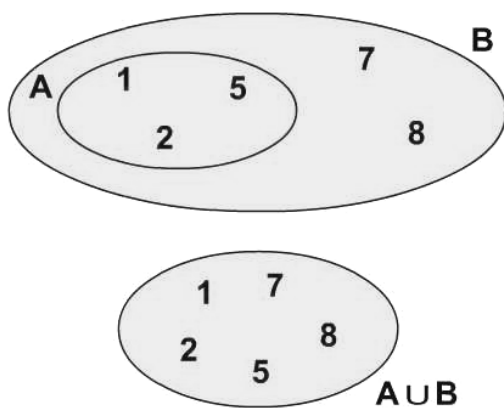
Observe que A é subconjunto de B :

Observações:

Se $A \subset B$, então $A \cup B = B$

$$A \subset \emptyset = A$$

$$A \cup A = A$$

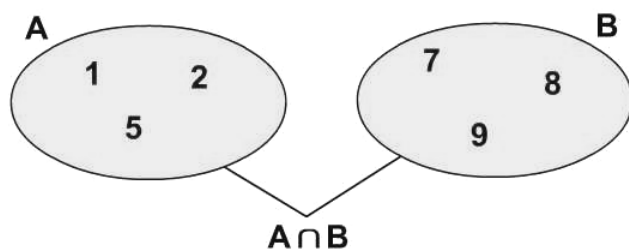


INTERSECÇÃO

Sendo $A = \{1; 2; 5\}$ e $B = \{7; 8; 9\}$, obtenha $A \cap B$:

$$A \cap B = \{1; 2; 5\} \cap \{7; 8; 9\}$$

$$A \cap B = \emptyset$$

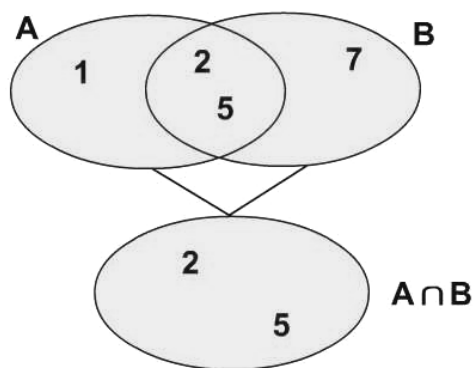


Sendo $A = \{1; 2; 5\}$ e $B = \{2; 5; 7; 8\}$,

obtenha $A \cap B$:

$$A \cap B = \{1; 2; 5\} \cap \{2; 5; 7; 8\}$$

$$A \cap B = \{2; 5\}$$



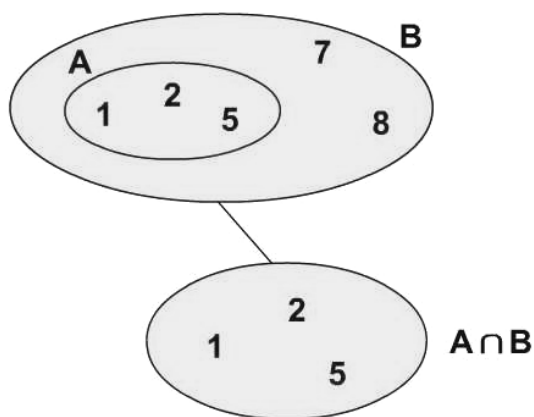
Exemplo 3:

Sendo $A = \{1; 2; 5\}$ e $B = \{1; 2; 5; 7; 8\}$,

obtenha $A \cap B$:

$$A \cap B = \{1; 2; 5\} \cap \{1; 2; 5; 7; 8\}$$

$$A \cap B = \{1; 2; 5\} = A$$



Observações:

Se $A \subset B$, então $A \cap B = A$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cap A = A$$

Diferença de conjuntos

A diferença entre dois conjuntos não tem exatamente o mesmo significado do resultado de uma subtração de números. Deve-se pensar nos elementos que estão num conjunto, mas não estão no outro. Observe a definição:

Dados os conjuntos A e B, define-se como diferença entre A e B, nesta ordem, o conjunto $A - B$ formado pelos elementos que pertencem a A e não pertencem a B.

$$A - B = \{x / x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

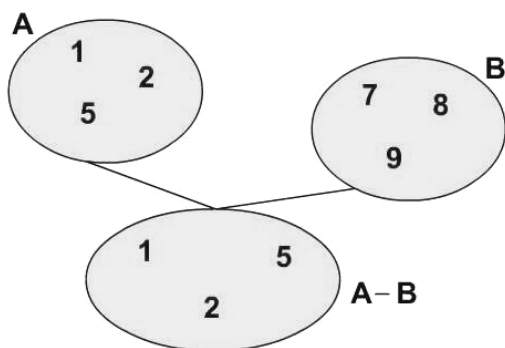
Exemplo 1:

Sendo $A = \{1; 2; 5\}$ e $B = \{7; 8; 9\}$, obtenha $A - B$.

$$A - B = \{1; 2; 5\} - \{7; 8; 9\}$$

$$A - B = \{1; 2; 5\}$$

Todos os que estão em A não estão em B

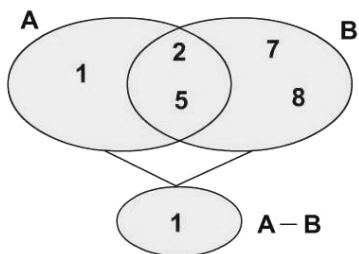


Exemplo 2:

Sendo $A = \{1; 2; 5\}$ e $B = \{2; 5; 7; 8\}$, obtenha $A - B$:

$$A - B = \{1; 2; 5\} - \{2; 5; 7; 8\}$$

$$A - B = \{1\}$$





Exemplo 3:

Sendo $A = \{1; 2; 5\}$ e $B = \{1; 2; 5; 7; 8\}$, obtenha $A - B$:

$$A - B = \{1; 2; 5\} - \{1; 2; 5; 7; 8\}$$

$A - B = \emptyset \rightarrow$ não existe elemento de A que não seja também elemento de B.

Observações:

$$A - \emptyset = A$$

$$A - A = \emptyset$$

$$\emptyset - A = \emptyset$$

Referência

<http://www.portaimpacto.com.br/docs/01PimentelF1VestAula02OperacoescomConjuntos.pdf>

EXERCÍCIOS

- 1) Sendo $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 2, 3, 5\}$, $C = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ é um número par menor que } 10\}$
 $D = \{x / x \text{ é um número ímpar compreendido entre } 4 \text{ e } 10\}$, determine :
- a) $A \cup (B \cap C) =$
 - b) $(A \cup C) \cap B =$
 - c) $(C \cap D) \cup (A \cap B) =$
 - d) $(C \cup D) \cap (A \cup B) =$
 - e) $(A \cap C) \cap (B \cap D) =$
 - f) $(A - B) \cup (C - A) =$
 - g) $(C - B) \cap (A - D) =$
 - h) $(A \cap D) - (B \cap C) =$
 - i) $(A \cup B) - C =$
 - j) $(B \cap C) - A =$

Para iniciar este exercício, devemos interpretar e definir os conjuntos C e D.

Observe que o conjunto C deve ser representado por números pares do conjunto dos números naturais menores de 10, ou seja: $C = \{0, 2, 4, 6, 8\}$.



Já o conjunto D é representado pelos números ímpares compreendidos entre 4 e 10. Pelo termo compreendido devemos entender “que estejam entre”. Desta forma, temos $D = \{5, 7, 9\}$.

Assim sendo, vamos resolver os exercícios:

$$A = \{0, 1, 2, 3\} \quad B = \{0, 2, 3, 5\}$$

a) $A \cup (B \cap C)$

Começaremos pelo parênteses. Por intersecção temos os números que pertencem a ambos os conjuntos. Podemos comparar a intersecção com a função **and**, na qual uma saída, para ser verdadeira, deve ser verdadeira a ambas variáveis. Também podemos comparar a intersecção com a instrução **and** em algoritmos, na qual uma ação será realizada apenas se todas as condições forem satisfeitas. Desta forma temos:

$$(B \cap C) = \{0, 2\}$$

Agora vamos realizar a união. Por união temos que basta um número pertencer a qualquer um dos conjuntos analisados. Podemos comparar a união com a função **or**, na qual para que uma saída seja verdadeira basta que apenas uma das variáveis seja verdadeira. Também podemos comparar a união com a função **or** em algoritmos, na qual para uma ação ser realizada basta que uma das condições seja satisfeita. Desta forma, temos?

$$A \cup (B \cap C) = \{0, 1, 2, 3\}$$

b) $(A \cup C) \cap B = \{0, 1, 2, 3\}$

$$(A \cup C) = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$$

$$(A \cup C) \cap B = \{0, 2, 3\}$$

$$A = \{0, 1, 2, 3\} \quad B = \{0, 2, 3, 5\} \quad C = \{0, 2, 4, 6, 8\} \quad D = \{5, 7, 9\}$$

c) $(C \cap D) \cup (A \cap B)$

$$(C \cap D) = \emptyset$$

$$(A \cap B) = \{0, 2, 3\}$$

$$(C \cap D) \cup (A \cap B) = \{0, 2, 3\}$$

d) $(C \cup D) \cap (A \cup B)$

$$(C \cup D) = \{0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$(A \cup B) = \{0, 1, 2, 3, 5\}$$

$$(C \cup D) \cap (A \cup B) = \{0, 2, 5\}$$

e) $(A \cap C) \cap (B \cap D)$

$$(A \cap C) = \{0, 2\}$$

$$(B \cap D) = \{5\}$$

$$(A \cap C) \cap (B \cap D) = \emptyset$$

$$A = \{0, 1, 2, 3\} \quad B = \{0, 2, 3, 5\} \quad C = \{0, 2, 4, 6, 8\} \quad D = \{5, 7, 9\}$$

f) $(A - B) \cup (C - A)$

$$(A - B) = \{1\}$$

$$(C - A) = \{4, 6, 8\}$$

$$(A - B) \cup (C - A) = \{1, 4, 6, 8\}$$

g) $(C - B) \cap (D - A)$

$$(C - B) = \{4, 6, 8\}$$

$$(D - A) = \{5, 7, 9\}$$

$$(C - B) \cap (D - A) = \emptyset$$

h) $(A \cap D) - (B \cap C)$

$$(A \cap D) = \emptyset$$

$$(B \cap C) = \{0, 2\}$$

$$(A \cap D) - (B \cap C) = \emptyset$$

$$A = \{0, 1, 2, 3\} \quad B = \{0, 2, 3, 5\} \quad C = \{0, 2, 4, 6, 8\} \quad D = \{5, 7, 9\}$$

i) $(A \cup B) - C$

$$(A \cup B) = \{0, 1, 2, 3, 5\}$$

$$(A \cup B) - C = \{1, 3, 5\}$$

j) $(B \cap C) - A$

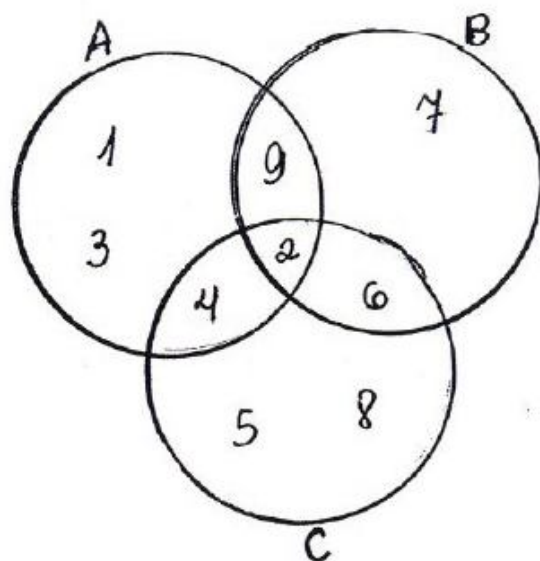
$$(B \cap C) = \{0, 2\}$$

$$(B \cap C) - A = \emptyset$$

2) Considere o diagrama a seguir .

determine:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cup C$
- c) $B \cup C$
- d) $A \cup B \cup C$
- e) $A \cap B$
- f) $B \cap C$
- g) $A \cap B \cap C$
- h) $A - B$
- i) $B - C$
- j) $A - C$



A resolução deste exercício utilize o mesmo raciocínio do exercício anterior.

A única diferença é que os conjuntos estão dispostos na forma de diagramas. Se preferir, pode reescrever na notação de conjuntos:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 9\} \quad B = \{2, 6, 7, 9\} \quad C = \{2, 4, 5, 6, 8\}$$

Mas tente resolver olhando apenas o diagrama. Perceberá que fica muito fácil desta forma.

- a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$
- b) $A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$
- c) $B \cup C = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- d) $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- e) $A \cap B = \{2, 9\}$
- f) $B \cap C = \{2, 6\}$
- g) $A \cap B \cap C = \{2\}$
- h) $A - B = \{1, 3, 4\}$
- i) $B - C = \{7, 9\}$
- j) $A - C = \{1, 3, 9\}$

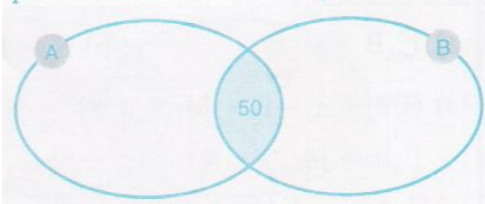
3)

Numa certa cidade são consumidos dois produtos, S e P , sendo S um tipo de sabonete e P um tipo de perfume. Feita uma pesquisa de mercado sobre o consumo desses produtos, foram levantados os seguintes dados:

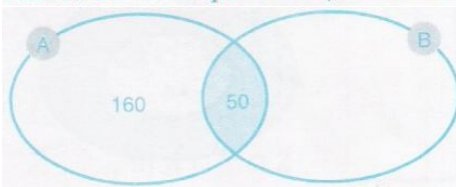
PRODUTO	S	P	S e P	Nenhum dos dois
NÚMERO DE CONSUMIDORES	210	180	50	40

Quantas pessoas foram consultadas?

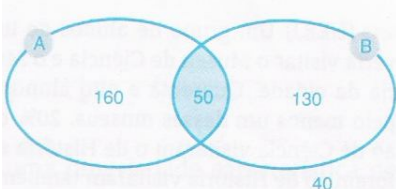
Em primeiro lugar, vamos considerar os conjuntos A e B que correspondem aos consumidores dos produtos S e P , respectivamente, e fazer um diagrama. Em seguida, colocamos 50 na intersecção de A e B , pois 50 pessoas consomem os dois produtos ao mesmo tempo.



Depois, colocamos $210 - 50$, ou seja, 160 pessoas somente em A . Observe que o conjunto A tem $160 + 50 = 210$ pessoas.



Em seguida, colocamos $180 - 50$, ou seja, 130 pessoas somente em B . Veja que em B há $50 + 130 = 180$ pessoas. Por último, colocamos 40 pessoas fora de A e B , pois elas não consomem nenhum dos produtos.



Para achar quantas pessoas foram consultadas, vamos adicionar os números marcados no diagrama:

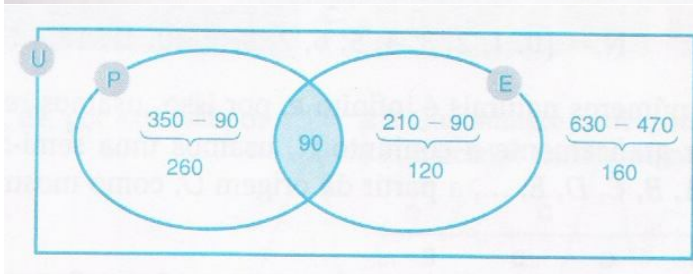
$$160 + 50 + 130 + 40 = 380 \text{ pessoas}$$

Foram consultadas 380 pessoas.

4)

Numa escola de 630 alunos, 350 deles estudam Português, 210 estudam Espanhol e 90 estudam as duas matérias (Português e Espanhol). Pergunta-se:

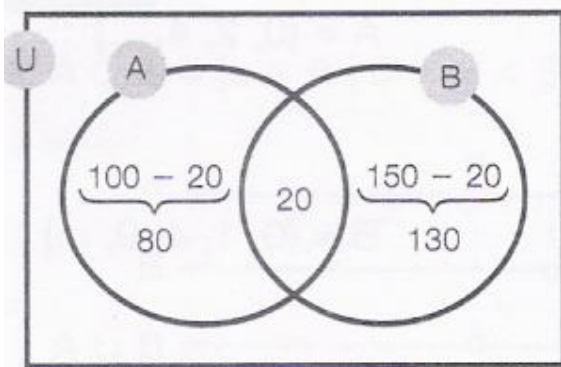
- Quantos alunos estudam apenas Português? (Estudam Português mas não estudam Espanhol.)
- Quantos alunos estudam apenas Espanhol? (Estudam Espanhol mas não estudam Português.)
- Quantos alunos estudam Português ou Espanhol?
- Quantos alunos não estudam nenhuma das duas matérias?



Pelo diagrama, temos:

- Se 350 alunos estudam Português e 90 deles estudam Português e Espanhol, então o número de aluno que estudam apenas Português é: $350 - 90 = 260$.
- Se 210 alunos estudam Espanhol e 90 deles estudam Português e Espanhol, então o número de aluno que estudam apenas Espanhol é: $210 - 90 = 120$.
- Se 260 alunos estudam apenas Português, 120 apenas Espanhol e 90 essas duas matérias, então o número de alunos que estudam Português ou Espanhol é: $260 + 90 + 120 = 470$.
- Se a escola tem 630 alunos, dos quais 470 estudam Português ou Espanhol, o número de alunos que não estudam nenhuma dessas duas matérias é: $630 - 470 = 160$.

5) Numa pesquisa verificou-se que, das pessoas consultadas, 100 liam o jornal A, 150 liam o jornal B, 20 liam os dois jornais (A e B) e 110 não liam nenhum dos jornais. Quantas pessoas foram consultadas?

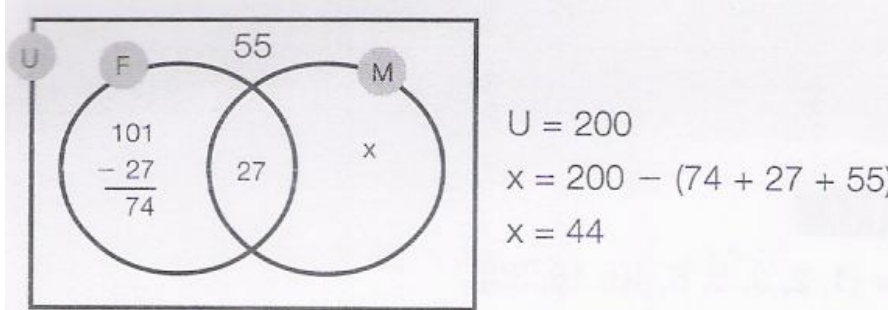


Pessoas consultadas:

$$80 + 20 + 130 + 110 = 340$$

6) De 200 pessoas que foram pesquisadas sobre suas preferências em assistir aos campeonatos de corrida pela televisão, foram colhidos os seguintes dados: 55 dos entrevistados não assistem: 101 assistem às

corridas de Fórmula 1 e 27 assistem às corridas de Fórmula 1 e de Motovelocidade. Quantas das pessoas entrevistadas assistem, exclusivamente, às corridas de Motovelocidade?



7) Durante a Segunda Guerra Mundial, os aliados tomaram um campo de concentração nazista e de lá resgataram 979 prisioneiros. Desses, 527 estavam com sarampo, 251 com tuberculose e 321 não tinham nenhuma dessas duas doenças. Qual o número de prisioneiros com as duas doenças?

